

ใบความรู้ 1.9

ทฤษฎีบททวินาม

จากตัวอย่างการกระจาย $(a+b)^n$

$$(a+b)^0 = 1$$

$$(a+b)^1 = a+b$$

$$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

$$(a+b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$$

$$(a+b)^4 = a^4 + 4a^3b + 6a^2b^2 + 4ab^3 + b^4$$

$$(a+b)^5 = a^5 + 5a^4b + 10a^3b^2 + 10a^2b^3 + 5ab^4 + b^5$$

1. สามเหลี่ยมปาสคาล

$n = 0$

1

$n = 1$

1

1

$n = 2$

1

2

1

$n = 3$

1

3

3

1

$n = 4$

1

4

6

4

1

$n = 5$

1

5

10

10

5

1

$n = 6$

1

6

15

20

15

6

1

สัมประสิทธิ์ทวินามของแต่ละพจน์ที่เกิดขึ้นจากการกระจาย $(a + b)^n$ จะมีค่าเป็นไปตามสามเหลี่ยม

ปาสคาล (Pascal's triangle) ดังรูปข้างต้น

ตัวอย่าง จงสามเหลี่ยมปาสคาลในการกระจาย

1. $(x + y)^3$

.....

.....

2. $(a-b)^4$



ในการกระจายทวินาม $(a + b)^n$ ถ้าให้ a และ b เป็นจำนวนจริง และ n เป็นจำนวนเต็มบวก แล้ว

$$\begin{aligned}(a + b)^n &= \binom{n}{0} a^n b^0 + \binom{n}{1} a^{n-1} b^1 + \binom{n}{2} a^{n-2} b^2 + \dots + \binom{n}{r} a^{n-r} b^r + \dots + \binom{n}{n} a^0 b^n \\ &= \sum_{r=0}^n \binom{n}{r} a^{n-r} b^r\end{aligned}$$

ซึ่งถ้าเราสังเกต จะเห็นว่าแต่ละพจน์ในการกระจายทวินามจะเป็นไปตามสูตร

$$T_{r+1} = \binom{n}{r} a^{n-r} b^r$$

เมื่อ T_{r+1} คือ พจน์ที่ $r + 1$ ที่เกิดจากการกระจายทวินาม

ข้อควรรู้

สัมประสิทธิ์ทวินาม คือ จำนวน $\binom{n}{0}, \binom{n}{1}, \dots, \binom{n}{n}$ ที่เกิดขึ้นจากการกระจาย
ทวินาม $(a + b)^n$

ข้อควรรู้

ข้อสรุปบางประการเกี่ยวกับการกระจายทวินาม $(a + b)^n$

1. ในการกระจายทวินาม $(a + b)^n$ จะมีจำนวนพจน์ทั้งหมด $n + 1$ พจน์
2. ในการกระจายทวินาม $(a + b)^n$ สัมประสิทธิ์ทวินามของพจน์ที่ $r + 1$ กับพจน์ที่ $n - r + 1$ จะมี

ค่าเท่ากัน

ตัวอย่าง

1. จงใช้ทฤษฎีบททวินามในการกระจาย $(a + b)^4$

.....

.....

.....

2. จงใช้ทฤษฎีบททวินามในการกระจาย $(x - 2y)^5$

.....

.....

.....

4. จงหาพจน์ต่างๆต่อไปนี้

4.1 พจน์ที่ 3 ของการกระจาย $(x + y)^9$

.....

.....

4.2 พจน์ที่ 10 ของการกระจาย $(x - 2y)^{13}$

.....

.....