

### 1.3 ความหมายของแฟกทอเรียล

**บทนิยาม** ถ้า  $n$  เป็นจำนวนเต็มบวก แฟกทอเรียล (factorial)  $n$  คือ ผลคูณของจำนวนเต็มบวกตั้งแต่ 1 ถึง  $n$  และเขียนแทนด้วย  $n!$

$$\text{นั่นคือ } n! = 1 \times 2 \times 3 \times \dots \times (n-1) \times n$$

$$\text{หรือ } n! = n \times (n-1) \times (n-2) \times \dots \times 3 \times 2 \times 1$$

**สัญลักษณ์ “ $n!$ ”** อ่านว่า “แฟกทอเรียลเอ็น” หรือ “เอ็นแฟกทอเรียล”

บทนิยามของ  $n!$  กล่าวถึงเฉพาะ  $n$  ที่เป็นจำนวนเต็มบวก แต่บางครั้งเรามีความจำเป็นต้องใช้  $0!$  จึงต้องกำหนดค่าไว้ด้วย โดยกำหนดให้  $0! = 1$  ด้วยเหตุผลดังนี้

$$\text{เนื่องจาก } n! = n \times \underbrace{(n-1) \times (n-2) \times \dots \times 3 \times 2 \times 1}_{(n-1)!}$$

$$\text{ดังนั้น } n! = n(n-1)!$$

$$\text{ถ้า } n = 1 \text{ จะได้ } 1! = 1(1-1)!$$

$$1 = 1 \times 0! \quad (1 \text{ เป็นเอกลักษณ์การคูณของจำนวนเต็ม})$$

$$\text{ดังนั้น } 1 = 0!$$

## ตัวอย่าง

$$1! = 1$$

$$2! = 2 \times 1 = 2$$

$$3! = 3 \times 2 \times 1 = 6$$

$$4! = 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 24$$

$$5! = 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 120$$

## ตัวอย่างที่ 1

จงหาค่าของ  $\frac{8!}{5!}$

วิธีทำ

$$\begin{aligned}\frac{8!}{5!} &= \frac{8 \times 7 \times 6 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1}{5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1} \\ &= 8 \times 7 \times 6 \\ &= 336\end{aligned}$$

ในบางครั้งเราไม่จำเป็นต้องกระจายถึง 1  
เช่น  $8! = 8 \times 7 \times 6 \times 5!$



**หมายเหตุ** การหาค่าของ  $\frac{8!}{5!}$  สามารถทำได้โดยใช้ความรู้เกี่ยวกับแฟกทอเรียลได้อีกวิธีหนึ่งคือ

$$\frac{8!}{5!} = \frac{8 \times 7 \times 6 \times \cancel{5!}^1}{\cancel{5!}_1} = 8 \times 7 \times 6 = 336$$

### ตัวอย่างที่ 2

จงหาค่าของ  $\frac{4!6!}{8!}$


วิธีทำ 
$$\begin{aligned}\frac{4!6!}{8!} &= \frac{4 \times 3 \times 2 \times 1 \times 6!}{8 \times 7 \times 6!} \\ &= \frac{4 \times 3 \times 2 \times 1}{8 \times 7} \\ &= \frac{3}{7}\end{aligned}$$

### ตัวอย่างที่ 3

จงหาค่าของ  $6! - 5!$

วิธีทำ 
$$\begin{aligned}6! - 5! &= 6 \times 5! - 5! \\ &= (6-1) \times 5! \\ &= 5 \times 5! \\ &= 5 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 \\ &= 600\end{aligned}$$

ใช้การดึงตัวร่วม


$$(6-1) \times 5! = 6 \times 5! - 5!$$

➤ ข้อควรระวัง

1.  $5!+4! \neq (5+4)!$

2.  $6!\times 3! \neq (6\times 3)!$

3.  $\frac{3!}{7!} \neq \left(\frac{3}{7}\right)!$

4.  $(-3)!$  ไม่มีนิยาม เพราะ  $-3 \in \bar{I}$