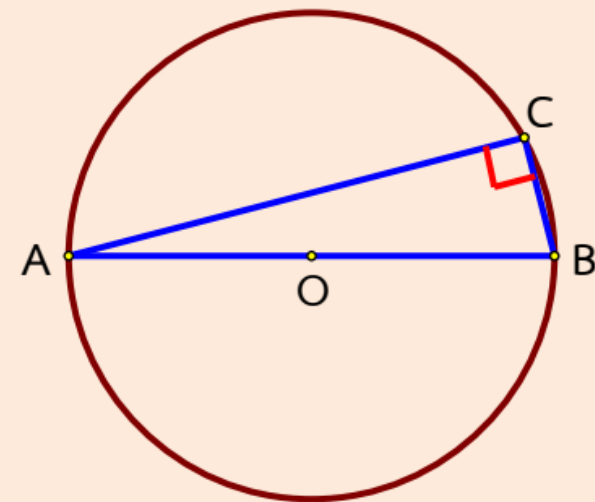
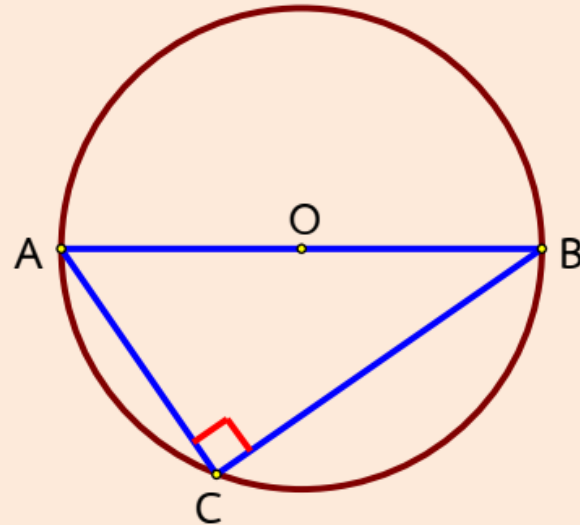
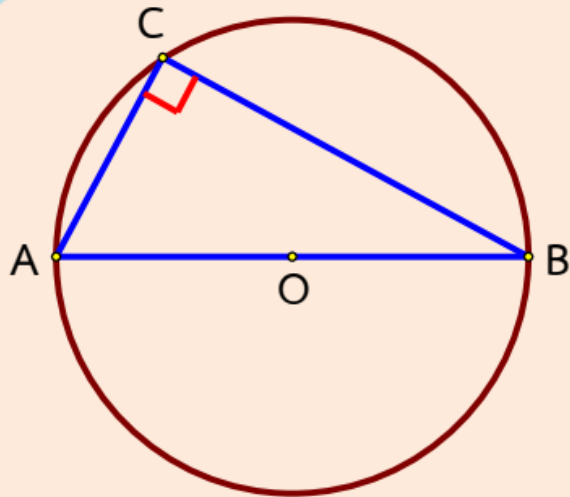


## ตอนที่ 2 มุมในครึ่งวงกลม มุมที่จุดศูนย์กลางและมุมในส่วนโค้งของวงกลม

### มุมในครึ่งวงกลม

#### ทฤษฎีบทที่ 1

มุมในครึ่งวงกลมมีขนาด 90 องศา หรือ หนึ่งมุมฉาก



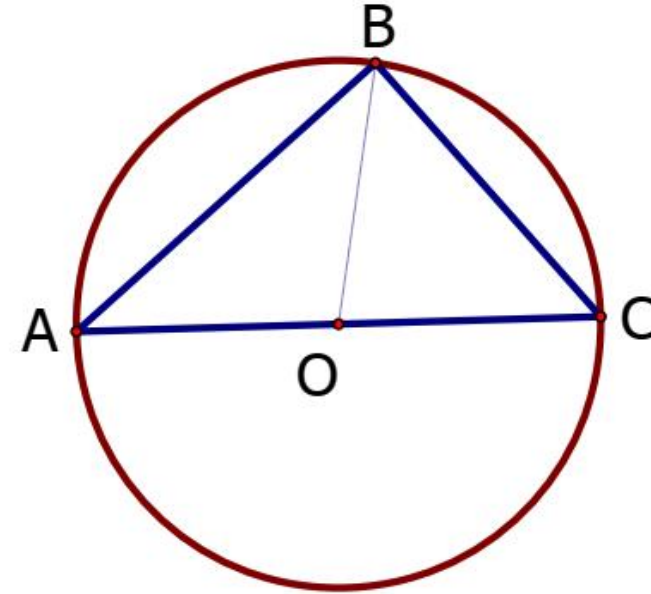
## พิสูจน์ทฤษฎีบทที่ 1

กำหนดให้  $O$  เป็นจุดศูนย์กลาง  
ของวงกลม  $\widehat{ABC}$  เป็นมุมในครึ่งวงกลม  
ต้องพิสูจน์ว่า  $\widehat{ABC}$  เป็นมุมฉาก

พิสูจน์



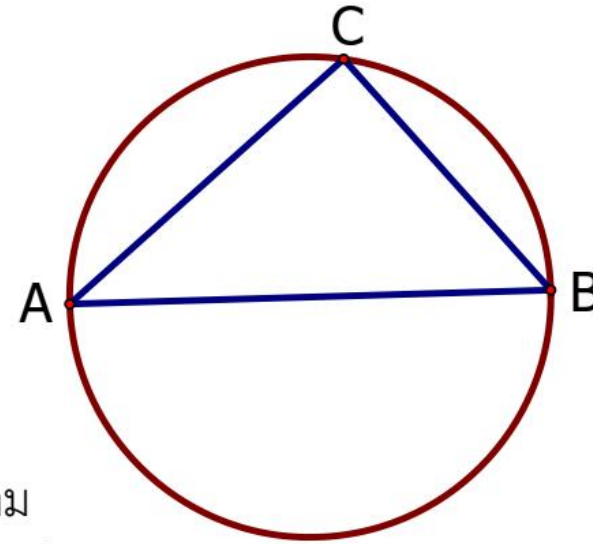
ลาก  $\overline{BO}$



ข้อความ	เหตุผล
1. $AO = BO = CO$	1. รัศมีของวงกลมเดียวกันยาวเท่ากัน
2. $\hat{OAB} = \hat{OBA}$ และ $\hat{OBC} = \hat{OCB}$	2.
3. $\hat{OAB} + \hat{OBA} + \hat{OBC} + \hat{OCB} = 180^\circ$	3.
4. $2(\hat{OBA}) + 2(\hat{OBC}) = 180^\circ$	4.
5. $(\hat{OBA}) + (\hat{OBC}) = 90^\circ$	5.
6. นั่นคือ $\hat{ABC} = 90^\circ$	6.

### ตัวอย่างที่ 1

$\hat{ACB}$  เป็นมุมในครึ่งวงกลม และ  
 $\hat{BAC}$  มีขนาดเป็นครึ่งหนึ่งของ  $\hat{ABC}$   
จงพิสูจน์ว่า  $\hat{BAC}=30^\circ$



### พิสูจน์

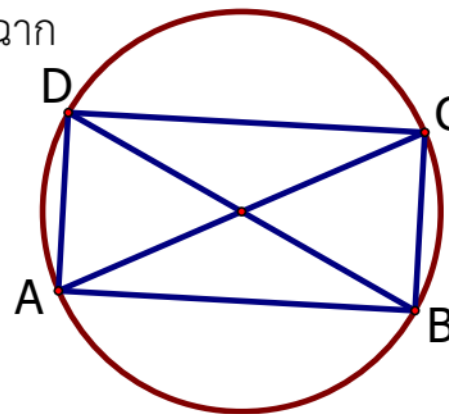


กำหนดให้  $\hat{ACB}$  เป็นมุมในครึ่งวงกลม  
 $\hat{ABC}=2(\hat{BAC})$  ต้องการพิสูจน์ว่า  $\hat{BAC}=30^\circ$

ข้อความ	เหตุผล
1. $\hat{ACB} = 90^\circ$	1. มุมในครึ่งวงกลมเป็นมุมฉาก
2. $\hat{ABC} + \hat{BAC} + \hat{ACB} = 180^\circ$	2.
3. $\hat{ABC} + \hat{BAC} = 90^\circ$	3.
4. $\hat{ABC} = 2(\hat{BAC})$	4.
5. $3(\hat{BAC}) = 90^\circ$	5.
6. ดังนั้น $\hat{BAC} = 30^\circ$	6.

## ตัวอย่างที่ 2

$\overline{AC}$  และ  $\overline{BD}$  เป็นเส้นผ่านศูนย์กลางของวงกลม  
จงพิสูจน์ว่าสี่เหลี่ยม ABCD เป็นรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก



## พิสูจน์



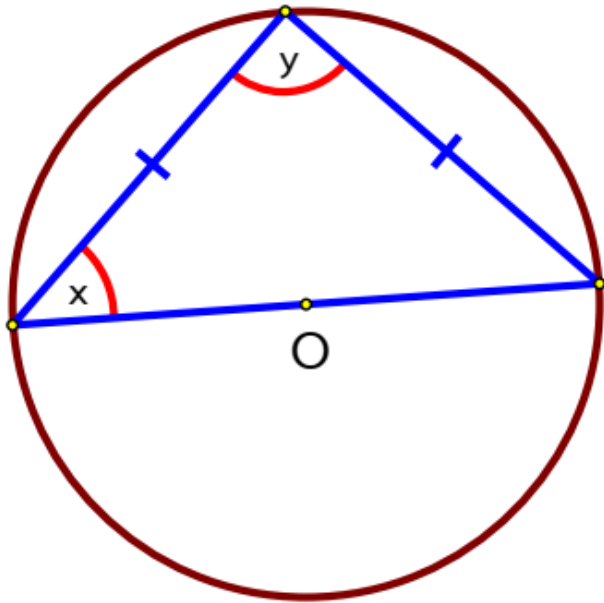
กำหนดให้  $\overline{AC}$  และ  $\overline{BD}$  เป็นเส้นผ่านศูนย์กลางของวงกลม  
ต้องพิสูจน์ว่าสี่เหลี่ยม ABCD เป็นรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก

ข้อความ	เหตุผล
1. $\overline{AC}$ เป็นเส้นผ่านศูนย์กลาง	1. กำหนดให้
2. $\hat{ABC} = \hat{ADC} = 90^\circ$	2.
3. $\overline{BD}$ เป็นเส้นผ่านศูนย์กลาง	3.
4. $\hat{BAD} = \hat{BCD} = 90^\circ$	4.
5. นั่นคือ สี่เหลี่ยม ABCD เป็นรูป สี่เหลี่ยมมุมฉาก	5.

## ตัวอย่างที่ 5

จากรูปที่กำหนดให้ในแต่ละข้อต่อไปนี้ จงหาค่า  $x$  และ  $y$  โดยกำหนดให้  $O$  เป็นจุดศูนย์กลางของวงกลม

1)



วิธีทำ

$$y = 90^\circ$$

$$y + x + \underline{x} = 180^\circ$$

$$x = \underline{x}$$

$$90^\circ + 2x = 180^\circ$$

$$\text{ดังนั้น } x = 45^\circ$$

เป็นมุมภายในครึ่งวงกลม

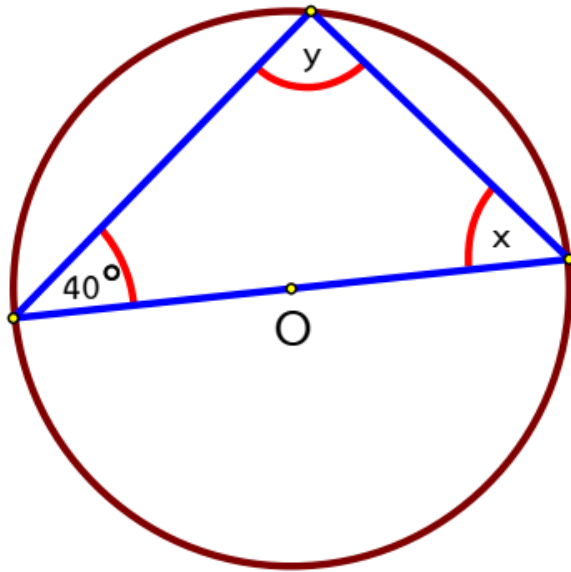
มุมภายในของรูปสามเหลี่ยม

รวมกันได้  $180^\circ$

มุมที่ฐานของรูปสามเหลี่ยมหน้าจั่ว

แทนค่า

2)



วิธีทำ

---

---

---

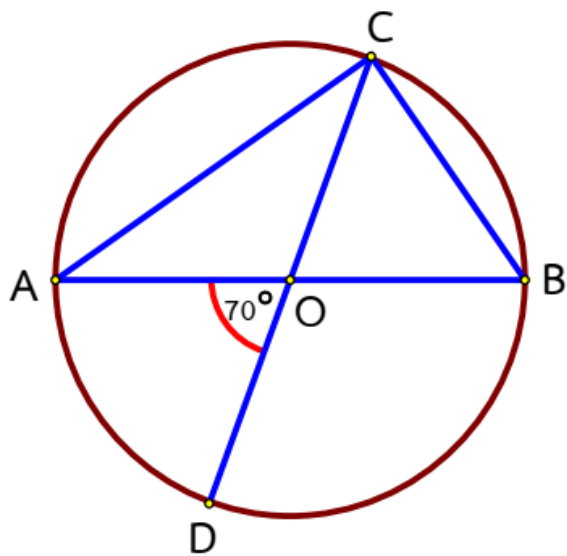
---

---

$x = \dots\dots\dots$  ,  $y = \dots\dots\dots$

### ตัวอย่างที่ 6

จากรูป จุด  $O$  เป็นจุดศูนย์กลาง ของวงกลม  $\widehat{ACB}$  เป็นมุมในครึ่งวงกลมและ  $\widehat{AOD} = 70^\circ$  จงหาขนาดของ  $\widehat{BCO}$  พร้อมทั้งแสดงเหตุผล



วิธีทำ

---

---

---

---

---

---

---

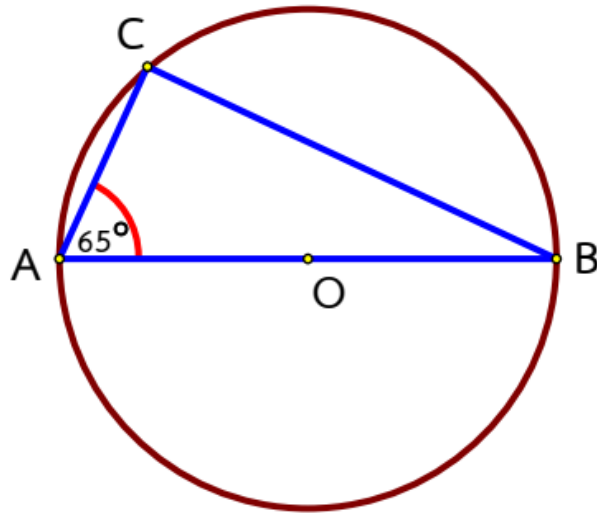
---



ตัวอย่างที่ 7

จากรูป  $\overline{AB}$  เป็นเส้นผ่านศูนย์กลางของวงกลม  $O$  และ  $\widehat{BAC} = 65^\circ$   
จงหาขนาดของ  $\widehat{ABC}$

วิธีทำ



---

---

---

---

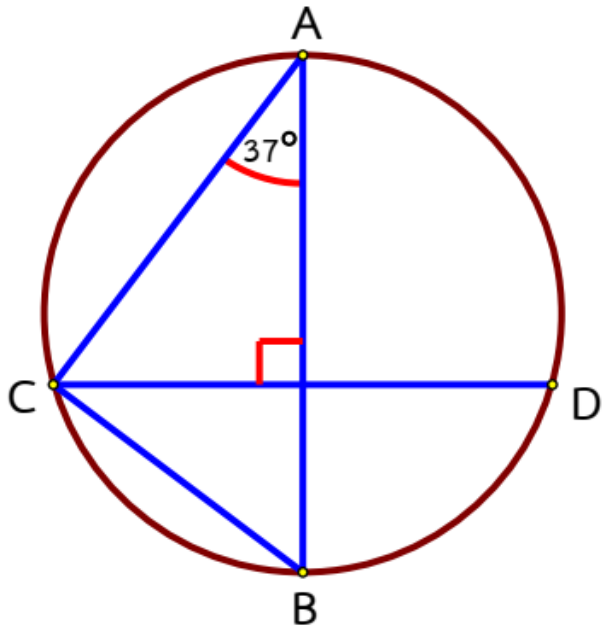
---

---

---

### ตัวอย่างที่ 8

จากรูป  $\overline{AB}$  เป็นเส้นผ่านศูนย์กลางของวงกลม  $CD \perp AB$  และ  $\hat{BAC} = 37^\circ$  จงหาขนาดของ  $\hat{BCD}$



วิธีทำ

---

---

---

---

---

---

---

---