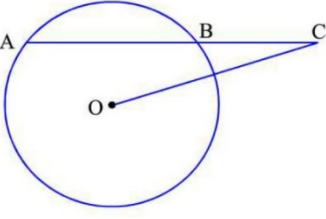
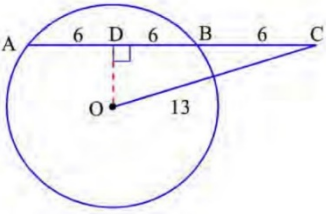


EX.3.3 ค. แนวทางการทำแบบฝึกหัด คณิตศาสตร์เพิ่มเติม ม.3 เล่ม 2

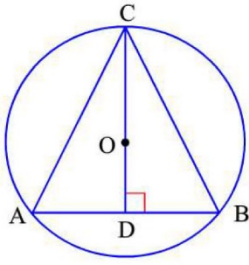
บทที่ 3 วงกลม

แบบฝึกหัด 3.3 ค. คอร์ดที่ยาวเท่ากัน

1.

	<p>จากรูป จุด O เป็นจุดศูนย์กลางของวงกลม $AC = 18$ เซนติเมตร $BC = 6$ เซนติเมตร และ $OC = 13$ เซนติเมตร จงหาว่า \overline{AB} อยู่ห่างจากจุด O กี่เซนติเมตร</p>
	
<p>ข้อความพิสูจน์หรือวิธีทำ</p>	<p>เหตุผลหรือคำอธิบาย</p>
<p>1) $AC = 18$ ซม., $BC = 6$ ซม. 2) $AB = AC - BC$ $AB = 18 - 6 = \dots$ ซม. 3) $OD \perp AB$ ที่จุด D 4) $AD = DB = 6$ ซม. 5) $DC = DB + BC = 6 + 6 = 12$ 6) $OC = 13$ ซม. 7) $OC^2 = AB^2 + DC^2$ $AB^2 = OC^2 - DC^2$ 8) $AB^2 = 13^2 - 12^2 = \dots$ $AB = \sqrt{\dots} = \dots$ ซม.</p>	<p>1) โจทย์กำหนดให้ 2) ผลจากโจทย์กำหนดให้ และแทนค่า จากข้อ 1) ดำเนินการแก้สมการ 3) โจทย์กำหนดให้ 4) ผลจากข้อ 3) และ สมบัติจาก ทบ. ส่วนของ เส้นตรงซึ่งผ่านจุดศูนย์กลางของวงกลมและ ตัดคอร์ดที่ไม่ใช่เส้นผ่านศูนย์กลาง ถ้าส่วนของ เส้นตรงตั้งฉากกับคอร์ด แล้วส่วนของเส้นตรงนั้น จะแบ่งครึ่งคอร์ด 5) แทนค่า จากข้อ 1) และข้อ 4) 6) โจทย์กำหนดให้ 7) จาก ทบ. พีทาโกรัส 8) แทนค่า จากข้อ 5) ข้อ 6) และการแก้สมการ (เป็นระยะ \overline{AB} ห่างจากจุด O)</p>

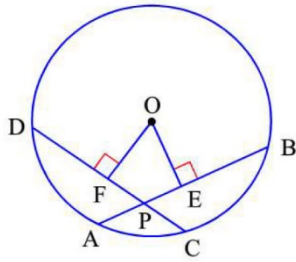
2.



กำหนดให้ จุด O เป็นจุดศูนย์กลางของวงกลม \overline{OD} ตั้งฉากกับคอร์ด AB ต่อ \overline{DO} ไปตัดวงกลมที่จุด C ลาก \overline{AC} และ \overline{BC} จงพิสูจน์ว่า \overline{AC} และ \overline{BC} อยู่ห่างจากจุด O เท่ากัน

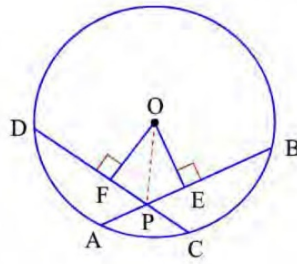
ข้อความพิสูจน์หรือวิธีทำ	เหตุผลหรือคำอธิบาย
1) จุด O เป็นจุดศูนย์กลางของวงกลม 2) $\overline{OD} \perp AB$ และ $CD \perp AB$ 3) $\widehat{CDA} = \widehat{CDB} = 90^\circ$ 4) $\overline{AD} = \overline{BD}$ 5) $\overline{CD} = \overline{CD}$ 6) $\triangle ACD \cong \triangle ABD$ 7) $\overline{AC} = \overline{BC}$ 8) \overline{AC} และ \overline{BC} อยู่ห่างจากจุด O เท่ากัน	1) โจทย์กำหนดให้ 2) ผลจากโจทย์กำหนดให้ 3) ผลจากข้อ 2) 4) ผลจากข้อ 2) และ ทบ. ส่วนของเส้นตรงซึ่งผ่านจุดศูนย์กลางของวงกลมและตัดคอร์ดที่ไม่ใช่เส้นผ่านศูนย์กลาง ถ้าส่วนของเส้นตรงตั้งฉากกับคอร์ด แล้วส่วนของเส้นตรงนั้นจะแบ่งครึ่งคอร์ด 5) เป็นด้านร่วม 6) 7) ผลจากข้อ 6) 8)

3.



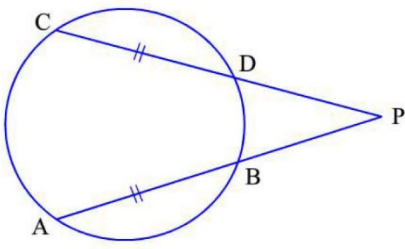
จากรูป จุด O เป็นจุดศูนย์กลางของวงกลม
 \overline{AB} และ \overline{CD} เป็นคอร์ดที่ยาวเท่ากัน และ
 ตัดกันที่จุด P ลาก \overline{OE} และ \overline{OF}
 ตั้งฉากกับ \overline{AB} และ \overline{CD} ที่จุด E และจุด F
 ตามลำดับ จงพิสูจน์ว่า $BP = DP$

สร้างเพื่อการพิสูจน์ ลากเส้นตรง OP



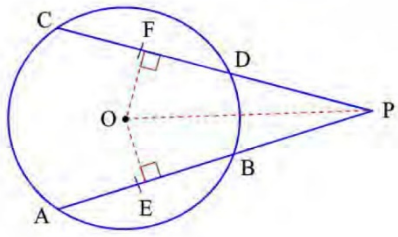
ข้อความพิสูจน์หรือวิธีทำ	เหตุผลหรือคำอธิบาย
1) $OE = OF$ 2) $\angle OEP = \angle OFP = 90^\circ$ 3) $OP = OP$ 4) $\triangle OEP \cong \triangle OFP$ 5) $EP = FP$ 6) $BE = DF$ 7) $BE + EP = DF + FP$ 8) $BP = DP$	1) จาก ทบ. ในวงกลมวงหนึ่ง ถ้าคอร์ดสองเส้นยาวเท่ากัน แล้วคอร์ดทั้งสองนั้นจะอยู่ห่างจากจุดศูนย์กลางของวงกลมเป็นระยะที่เท่ากัน 2) จากโจทย์กำหนดให้ 3) 4) จากข้อ 1) ข้อ 2) และข้อ 3) และการเท่ากันทุกประการของสามเหลี่ยมสองรูปใด ๆ รูปแบบ 5) ผลจากข้อ) 6) ผลจากโจทย์กำหนดให้ และ ทบ. (ต่างก็ยาวเป็นครึ่งหนึ่งของคอร์ดที่ยาวเท่ากัน) 7) ผลบวกของข้อ 6) และข้อ 5) สมบัติการเท่ากัน 8)

4.



\overline{AB} และ \overline{CD} เป็นคอร์ดที่ยาวเท่ากัน และ
ไม่ขนานกัน ต่อ \overline{AB} และ \overline{CD} ไปตัดกันที่
จุด P จงพิสูจน์ว่า $DP = BP$

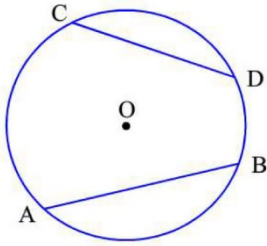
สร้างเพื่อการพิสูจน์ สร้างจุดศูนย์กลางของวงกลม O โดยสร้างเส้นตั้งฉากกับ \overline{AB} และ \overline{BC}
ตัดกันที่จุด O ลากเส้นตรง OP



จะได้ จุด O เป็นจุดศูนย์กลางของวงกลม

ข้อความพิสูจน์หรือวิธีทำ	เหตุผลหรือคำอธิบาย
1) $OE = OF$ 2) $OE\hat{=}OP = OF\hat{=}OP$ 3) $OP = OP$ 4) $\triangle OEP \cong \triangle OFP$ 5) $FP = EP$ 6) $FD = EB$ 7) $FP - FD = EP - EB$ 8) $DP = BP$	1) ผลจากโจทย์กำหนดให้และการสร้างเพื่อ การพิสูจน์ และ ทบ. ในวงกลมวงหนึ่ง ถ้าคอร์ด สองเส้นยาวเท่ากัน แล้วคอร์ดทั้งสองนั้นจะ อยู่ห่างจากจุดศูนย์กลางของวงกลมเป็นระยะ ที่เท่ากัน 2) ผลจากโจทย์กำหนดให้และการสร้างเพื่อ การพิสูจน์ 3) 4) จากข้อ 1) ข้อ 2) และข้อ 3) และการเท่ากัน ทุกประการของสามเหลี่ยมสองรูปใด ๆ รูปแบบ 5) ผลจากข้อ) 6) ผลจากโจทย์กำหนดให้ และ ทบ. (ต่างก็ยาว เป็นครึ่งหนึ่งของคอร์ดที่ยาวเท่ากัน) 7) 8)

5.

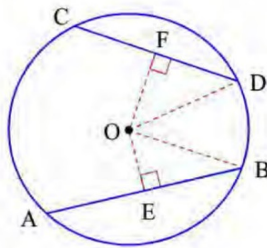


กำหนดให้จุด O เป็นจุดศูนย์กลางของวงกลม \overline{AB} และ \overline{CD} เป็นคอร์ดที่

$$AB > CD$$

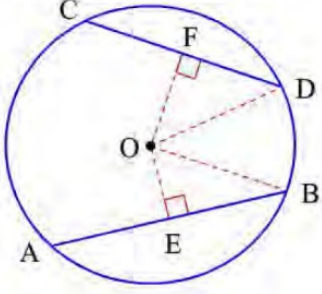
ให้นักเรียนใช้ทฤษฎีบทพีทาโกรัสพิสูจน์ว่า \overline{AB} อยู่ใกล้จุดศูนย์กลางมากกว่า \overline{CD}

สร้างเพื่อการพิสูจน์ สร้างเส้นตรง OE และ OF ตั้งฉากและแบ่งครึ่งคอร์ด \overline{AB} และ \overline{CD} ตามลำดับ และลากเส้นตรง OB และ OD



ข้อความพิสูจน์หรือวิธีทำ	เหตุผลหรือคำอธิบาย
1) $\overline{AB} > \overline{CD}$	1) โจทย์กำหนดให้
2) $EB > FD$	2) ผลจากโจทย์กำหนดให้ ข้อ 1) และการสร้างเพื่อการพิสูจน์
3) $OB = OD$	3) โจทย์กำหนดให้ และรัศมีวงกลมเดียวกัน
4) $(OB)^2 = (OE)^2 + (EB)^2$ $(OE)^2 = (OB)^2 - (EB)^2$ $OE = \sqrt{(OB)^2 - (EB)^2}$	4) จากสร้างเพื่อการพิสูจน์ และ ทบ. พีทาโกรัส และดำเนินการแก้สมการ
5) $(OD)^2 = (OF)^2 + (FD)^2$ $(OF)^2 = (OD)^2 - (FD)^2$ $OF = \sqrt{(OD)^2 - (FD)^2}$	5) จากสร้างเพื่อการพิสูจน์ และ ทบ. พีทาโกรัส และดำเนินการแก้สมการ
6) $OE < OF$	6)
7) \overline{AB} อยู่ใกล้จุดศูนย์กลางมากกว่า \overline{CD}	7)

6.

<p>จงพิสูจน์ว่าในวงกลมที่เท่ากันทุกประการหรือในวงกลมเดียวกัน คอร์ดที่อยู่ห่างจากจุดศูนย์กลางมากกว่าจะสั้นกว่าคอร์ดที่อยู่ใกล้จุดศูนย์กลาง</p>	
	<p>กำหนดให้ O เป็นจุดศูนย์กลางของวงกลม \overline{CD} เป็นคอร์ดที่อยู่ห่างจากจุด O มากกว่าคอร์ด \overline{AB} สร้างเส้นตรง OE และ OF ตั้งฉากและแบ่งครึ่งคอร์ด \overline{AB} และ \overline{CD} ที่จุด E และจุด F ตามลำดับ และลากเส้นตรง OB และ OD</p> <p>จะต้องพิสูจน์ว่า $CD < AB$</p>
<p>ข้อความพิสูจน์หรือวิธีทำ</p>	<p>เหตุผลหรือคำอธิบาย</p>
<p>1) $OE < OF$</p> <p>2) $OB = OD$</p> <p>3) $(OB)^2 = (OE)^2 + (EB)^2$ $(OE)^2 = (OB)^2 - (EB)^2$ $OE = \sqrt{(OB)^2 - (EB)^2}$</p> <p>4) $(OD)^2 = (OF)^2 + (FD)^2$ $(OF)^2 = (OD)^2 - (FD)^2$ $OF = \sqrt{(OD)^2 - (FD)^2}$</p> <p>5) $\sqrt{(OB)^2 - (EB)^2} < \sqrt{(OD)^2 - (FD)^2}$</p> <p>6) $(OB)^2 - (EB)^2 < (OD)^2 - (FD)^2$</p> <p>7) $-(EB)^2 < -(FD)^2$</p> <p>8) $(EB)^2 > (FD)^2$</p> <p>9) $EB > FD$</p> <p>10) $2EB > 2FD$</p> <p>11) $CD < AB$</p>	<p>1) โจทย์กำหนดให้</p> <p>2) โจทย์กำหนดให้ และรัศมีวงกลมเดียวกัน</p> <p>3) จากโจทย์กำหนดให้ และ ทบ. พีทาโกรัส ใน $\triangle OEB$ และดำเนินการแก้สมการ</p> <p>4) จากโจทย์กำหนดให้ และ ทบ. พีทาโกรัส ใน $\triangle OFD$ และดำเนินการแก้สมการ</p> <p>5) ผลจากข้อ 1) ข้อ 2) ข้อ 3) ข้อ 4) และสมบัติการไม่เท่ากัน</p> <p>6)</p> <p>7)</p> <p>8)</p> <p>9)</p> <p>10)</p> <p>11)</p>