

ใบงานที่ 1.3 การหาพจน์ทั่วไปของลำดับ

การหาพจน์ทั่วไปของลำดับ คือ การเขียนพจน์ทั่วไปแสดงเป็น a_n ในรูปที่มี n เป็นตัวแปร เมื่อแทน n ด้วยสมาชิกในเซต $\{1, 2, 3, \dots, n\}$ แล้วได้พจน์ที่ $a_1, a_2, a_3, \dots, a_n$ ของลำดับตรงตามที่กำหนด

A. ให้นักเรียนหาพจน์ทั่วไปของลำดับจำกัดที่กำหนดต่อไปนี้

a. 6, 11, 16, 21, 26, 31

หาความสัมพันธ์ระหว่างพจน์ได้ ดังนี้

1. 6, 11, 16, 21, 26, 31

จะได้ $6 \quad 11 \quad 16 \quad 21 \quad 26 \quad 31$
 $\quad \quad \quad \nearrow \quad \nearrow \quad \nearrow \quad \nearrow \quad \nearrow$
 $\quad \quad \quad +5 \quad +5 \quad +5 \quad +5 \quad +5$

พิจารณาพจน์ที่กำหนดให้ ดังนี้

$$\begin{aligned} a_1 &= 6 \\ a_2 &= 6 + 5 &= 6 + 5(1) \\ a_3 &= 6 + 5 + 5 &= 6 + 5(2) \\ a_4 &= 6 + 5 + 5 + 5 &= 6 + 5(3) \\ a_5 &= 6 + 5 + 5 + 5 + 5 &= 6 + 5(4) \\ a_6 &= 6 + 5 + 5 + 5 + 5 + 5 &= 6 + 5(5) \end{aligned}$$



\vdots
 \vdots

$$\begin{aligned} a_n &= 6 + \underbrace{5 + 5 + 5 + \dots + 5}_{n-1} \\ &= 6 + 5(n-1) \\ &= 6 + 5n - 5 \\ &= 5n + 1 \end{aligned}$$

จะได้ $a_n = 5n + 1$ เมื่อ $n = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$

1. 5, 12, 19, 26, 33, 40

จะได้ $5 \quad 12 \quad 19 \quad 26 \quad 33 \quad 40$
 $\quad \quad \quad \nearrow \quad \nearrow \quad \nearrow \quad \nearrow$
 $\quad \quad \quad +7 \quad +7 \quad +7 \quad +7 \quad +7$

b. -1, -3, -5, -7, -9

จะได้ $-1 \quad -3 \quad -5 \quad -7 \quad -9$
 $\quad \quad \quad \nearrow \quad \nearrow \quad \nearrow \quad \nearrow$
 $\quad \quad \quad -2 \quad -2 \quad -2 \quad -2$

พิจารณาพจน์ที่กำหนดให้ ดังนี้

$$\begin{aligned} a_1 &= -1 \\ a_2 &= -1 - 2 &= -1 - 2(1) \\ a_3 &= -1 - 2 - 2 &= -1 - 2(2) \\ a_4 &= -1 - 2 - 2 - 2 &= -1 - 2(3) \\ a_5 &= -1 - 2 - 2 - 2 - 2 &= -1 - 2(4) \end{aligned}$$

\vdots
 \vdots

$$\begin{aligned} a_n &= -1 - \underbrace{2 - 2 - 2 - \dots - 2}_{n-1} \\ &= -1 - 2(n-1) \\ &= -1 - 2n + 2 \\ &= 1 - 2n \end{aligned}$$

จะได้ $a_n = 1 - 2n$ เมื่อ $n = \{1, 2, 3, 4, 5\}$

2. -4, -3, -2, -1, 0

3. 1, 4, 9, 16

หน่วยที่ 1 ลำดับและอนุกรม

4. $\frac{1}{5}, \frac{1}{25}, \frac{1}{125}, \frac{1}{625}$

B. ให้นักเรียนหาพจน์ทั่วไปของลำดับที่กำหนดต่อไปนี้ แล้วเขียนลำดับใหม่

a. 9, 99, 999, 9999, ...


วิธีทำ หาความสัมพันธ์ระหว่างพจน์ได้ ดังนี้

1. 9, 99, 999, 9,999, ...

พิจารณาพจน์ที่กำหนดให้ ดังนี้

จะได้ $a_1 = 9 = 10 - 1 = 10^1 - 1$

$a_2 = 99 = 100 - 1 = 10^2 - 1$

 $a_3 = 999 = 1,000 - 1 = 10^3 - 1$

$a_4 = 9,999 = 10,000 - 1 = 10^4 - 1$

เมื่อพจน์ที่ n จะได้ $a_n = 10^n - 1$

ดังนั้น พจน์ทั่วไป คือ $a_n = 10^n - 1$

ลำดับใหม่ คือ $9, 99, 999, 9,999, \dots, 10^n - 1, \dots$

1. $1, \sqrt{2}, \sqrt{3}, 2, \dots$

2. $-2, 8, -24, 64, \dots$